Муниципальное общеобразовательное учреждение
«Большеелховская средняя общеобразовательная школа»
Лямбирского муниципального района Республики Мордовия

Конкурс учебно-исследовательских, проектных
и поисковых работ учащихся

Исследовательская работа

Исследование формулы функции и построение её графика

Автор работы:

Кузнецова Ирина Сергеевна, ученица 11 класса

Руководитель работы: Сухова Татьяна Васильевна,

учитель математики

2016

Аннотация

В работе «Исследование формулы функции и построение её графика» рассмотрены различные подходы к построению графиков функций путем исследования формулы функции, составлена памятка преобразования графиков функций. Приведены примеры построения графиков дробно-линейной функции; функций, аналитические выражения которых содержат знак абсолютной величины; построение графиков сложных функций на основе свойств монотонности. Для этого ученица работала с литературой, изучала её, делала определенные выводы.

Методическая ценность данной работы в том, что функции исследуются элементарными методами, без применения производной. Тем самым обеспечивается усвоение и освоение важных функциональных понятий (область определения, множество значений, монотонность функции) в «чистом виде».

В работе сконцентрирована совокупность информации для выполнения тестовых заданий по теме «Функции и графики», так как представленный материал даёт возможность по виду формулы функции представлять эскиз её графика, формулировать основные свойства. Исследовательская работа сочетает «алгоритмический» подход с творческим поиском и анализом, а, следовательно, развивает все виды мышления учащихся.

Материал данной работы может использоваться при подготовке к олимпиадам разного уровня и при подготовке к ЕГЭ по математике.

Руководитель работы Т.В.Сухова

Содержание

Введение

Функционально-графическая линия является одной из основных линий математического образования. В школьном курсе изучаются следующие элементарные функции: линейная квадратичная, степенная, показательная, логарифмическая тригонометрические функции. Рассмотрение сложной функции является не обязательным в общеобразовательном классе и рассматривается в ознакомительном порядке в классах профильного изучением математики. Однако, при использовании графического метода решения уравнений и систем, часто приходится строить графики функций, которые представляют собой комбинации элементарных функций.

На уроках мы знакомимся с двумя способами построения графиков: построение по точкам и проводя полное исследование функции с применением производной. Понятно, что первый способ может привести к неточному построению. Второй способ является достаточно трудоемким и длительным. Более того, иногда бывает необходимо построение эскиза графика или рассмотрения отдельных свойств функции. Поэтому, освоение рациональных способов построения графиков является актуальным вопросом в изучении математики.

Построение графика сложной функции вида $y = f(\varphi(x))$ без использования производной можно осуществлять элементарными способами по некоторой схеме. В работе рассматриваются функции вида $y = f(\varphi(x))$, где $\varphi(x)$ – любая из основных элементарных функций, а f – любая из следующих операций над ними: прибавление к функции какого-либо числа, умножение функции на число, деление единицы на функцию, возведение функции в положительную степень, нахождение показательной функции от функции, логарифмирование функции, нахождение модуля функции, нахождение тригонометрических функций от функции.

Актуальность данной работы обусловлена практической значимостью. Мы можем применить полученные знания и практический опыт при решении олимпиадных задач и при подготовке к ЕГЭ по математике.

Цель работы:

Применение свойств элементарных функций для построения графиков сложных функций, комбинаций функций без применения производной.

Задачи:

–выделить основные методы построения элементарных функций и приемы их преобразования;

–изучить способы построения графиков сложных функций, опираясь на графики элементарных функций, и научиться их строить;

–развить исследовательские навыки при выполнении заданий связанных с изучением свойств сложных функций.

–применять построенные графики для исследования и решения уравнений, систем уравнений, задач.

В основе формирования практических навыков, выявления свойств сложных функций лежат два главных вида деятельности: это изучение теории вопроса и отработка умений и навыков при выполнении конкретных заданий и проведении исследования функций.

Практические задания способствуют развитию творческих способностей, умению создавать собственные алгоритмы решения и производить поиск рационального способа.

Исследование функции без производной

1.Нахождение области допустимых значений (ОДЗ) функции.

Областью определения (ОДЗ) функции у = f (x) называется множество значений переменной х, для которых существуют соответствующие значения у.

Для нахождения области определения элементарной функции необходимо рассмотреть условие существования каждой основной элементарной функции, входящей в данную функцию. Общим ОДЗ будет пересечение всех частных ОДЗ.

Если функция составная (т.е. состоит из нескольких элементарных функций, каждая из которых определена на своем интервале), то нужно на каждом интервале определить ОДЗ для соответствующей функции, а после взять объединение полученных частных ОДЗ. В других случаях необходимо исходить из определения функции.

2. Исследование функции на симметричность (четность и нечетность).

Функция называется четной, если для любого х из ОДЗ выполняется равенство: f (—x) = f (x). Функция называется нечетной, если для любого х из ОДЗ выполняется равенство: f (-x) = - f (x). График четной функции симметричен относительно оси Оу, нечетной относительно начала отсчета. Функции, не являющиеся ни четными, ни нечетными, называются общего вида.

3.Определение периодичности.

Отметим, что из элементарных функций периодическими являются только тригонометрические, и в случае периодичности достаточно исследовать функцию на периоде, а после дублировать ее.

4.Нахождение точек пересечения с осями координат и определение интервалов знакопостоянства функции

5. Исследование на непрерывность.

Функция у = f (x) называется непрерывной в точке $x = x_0$, если она определена в некоторой окрестности этой точки.

Функция у = f (x) называется непрерывной на отрезке [a; b], если она непрерывна в каждой точке интервала (a; b) и непрерывна справа в точке х = а и слева в точке х = b .

Точка $x = x_d$ называется точкой разрыва функции у = f (x), если функция определена в некоторой окрестности этой точки, но не выполняется условие непрерывности в данной точке.

Любая элементарная функция непрерывна там, где она существует (т.е. на ОДЗ).

В случае элементарных функций достаточно простой алгоритм исследования функции на непрерывность и нахождения точек разрыва: точки разрыва могут быть только в граничных точках области определения функции, причем в тех точках, где функция не существует. А в случае составных функций подозрительными являются также и точки стыковок её элементарных частей. В этих точках необходимо вычислить односторонние пределы для выяснения наличия разрыва и определения его типа.

6. Асимптоты функции.

Асимптотой называется прямая, к которой неограниченно приближается точка на графике функции при ее удалении в бесконечность.

По способу вычисления и форме представления асимптоты подразделяются на вертикальные, горизонтальные и наклонные.

№ п/п	Цель исследования	Действия	Вывод
1	Найти область определения функции	Найти точки, в которых функция не определена или не задана (точки разрыва графика функции)	Исключить найденные точки из области определения функции
2	Найти вертикальные асимптоты	Вычислить односторонние пределы функции в точках разрыва и в точках, «подозрительных» на разрыв для кусочно-аналитической функции	Если хотя бы один из односторонних пределов в исследуемой точке равен бесконечности, то график функции имеет вертикальную асимптоту: $\lim\limits_{x\to a\pm 0} f(x)=\infty \Rightarrow x=a$ – вертикальная асимптота
3	Исследовать функцию на четность и нечетность	Если $f(-x)=f(x)$, то функция четная. Если $f(-x)=-f(x)$, то функция нечетная	Ограничиться исследованием функции на интервале. $(0;\infty)$ График четной функции симметричен относительно оси OY, график нечетной функции симметричен относительно начала координат
4	Исследовать функцию на периодичность	Т – период функции – (наименьшее из всех возможных значений, удовлетворяющих уравнению: $f(x+T)=f(x)$	Ограничиться исследованием на интервале, по длине равном периоду Т, за пределы интервала продолжить график функции периодическим образом
5	Найти точки пересечения с осями координат	Решив уравнение $y=f(x)=0$, найти $x_0: f(x_0)=0$. Найти $y(0)=y_0$	Точка пересечения графика с осью OX: $(x_0;0)$. Точка пересечения графика с осью OY: $(0;y_0)$
6	Найти наклонные, в частности, горизонтальные асимптоты	Вычислить пределы $k=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{f(x)}{x}$ и $b=\lim\limits_{x\to\pm\infty}(f(x)-kx)$	Если k и b – конечные числа, то уравнение наклонных асимптот $y=kx+b$, причем, при $k=0$ асимптота горизонтальная $y=b$

Методы построения графиков сложных функций

Будучи постоянным участником школьных, районных и республиканских олимпиад по математике мне часто приходилось строить графики различных функций. Для грамотного выполнения этой работы я перечитала много вспомогательной литературы, изучала различные подходы к решению этой задачи, анализировала. Пробовала и делала для себя определённые выводы, с которыми собираюсь поделиться с вами.

В школьных учебниках хорошо изложено, как нужно строить графики элементарных функций $y=x^3$, $y=a^x$, $y=\log_a x$, y=sinx и др. Вопросы же различных преобразований графиков рассматриваются вскользь. Поэтому для себя я составила **памятку преобразований графиков.**

Есть график функции y=f(x).

1. Нужно построить график функции y=f(x)+c. График функции f(x) сдвигается, как твёрдое тело на *с* вверх, если c>0, и на |c| вниз, если c<0.
2. Нужно построить график функции y=f(x+c). График f(x) сдвигается, как твёрдое тело на с влево, если c>0 и вправо |c|, если c<0.
3. Нужно построить график функции y=-f(x). График f(x) отображается симметрично относительно оси абсцисс.
4. Нужно построить график функции y=f(-x). График f(x) отображается симметрично относительно оси ординат.
5. Нужно построить график функции y=|f(x)|. Та часть графика f(x), которая находится ниже оси абсцисс симметрично отображается относительно Ox. Та часть, которая выше оси абсцисс, остаётся без изменений.
6. Нужно построить график функции y=f(kx). График f(x) растягиваем (если 0<k<1) или сжимаем (если k>1) вдоль оси Ox.
7. Нужно построить график функции y=kf(x). График f(x) растягиваем (если k>1) или сжимаем (если 0<k<1) вдоль оси Ox.
8. Если известен график функции y=f(x), то можно построить множество (которое уже не обязательно является графиком) x= f(y). Для этого надо переименовать оси координат (т.е. считать ось Ox осью Oy и наоборот), построить график функции y=f(x) и снова переименовать оси.

Таким образом, пользуясь тремя типами преобразования графиков – параллельным переносом, растяжением (сжатием) и симметрией, можно, исходя из графика функции y=f(x),построить график функции y=Af(kx+b)+B при любых значениях параметров A, B, k, b.

Например.

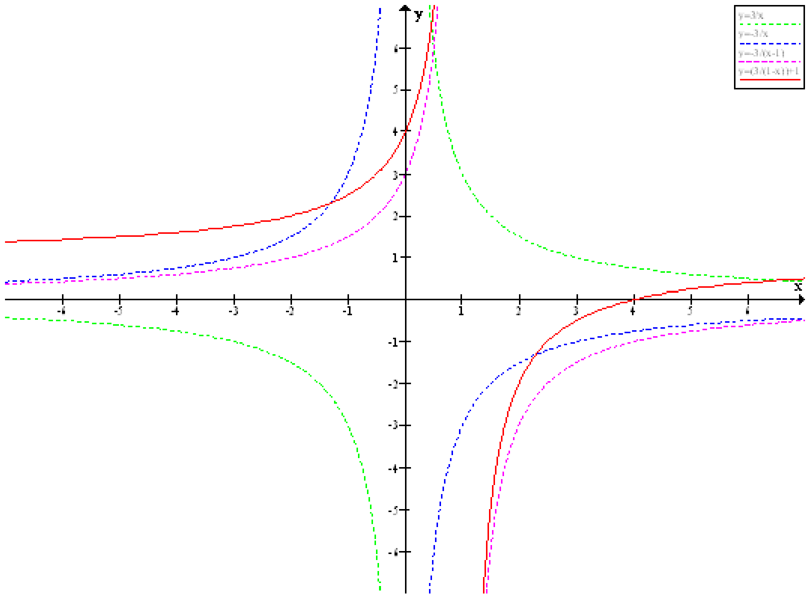
Построить график функции $y = \frac{3}{(1-x)} + 1$.

Запишем функцию в удобном для работы виде: $y = -\frac{3}{(x-1)} + 1$.

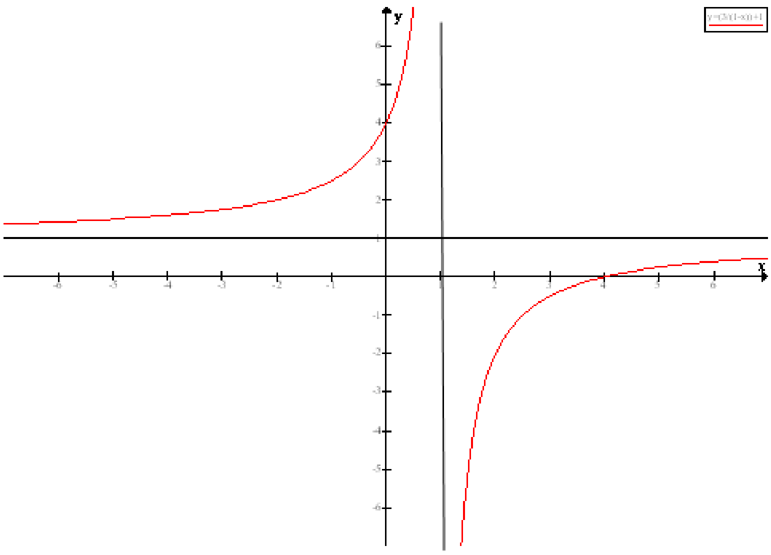
График этой функции можно получить из графика функции $y = \frac{1}{x}$:

1. Растяжением вдоль оси ординат в три раза.
2. Отображением полученной комбинации симметрично относительно оси абсцисс.

3. Сдвигом на единицу вправо вдоль оси Ох.
4. Сдвигом на единицу вверх вдоль оси Оу.



Данная задача решится гораздо быстрее, если построить график функции $y = -\frac{3}{x}$ (по таблице значений) относительно «мнимых осей» x=1 и y=1.



Аналогично можно построить график любой дробно-линейной функции, т.е. функции $y = \frac{ax+b}{cx+d}$, сначала преобразовав её к виду $y = \frac{k}{(x-x_0)} + y_0$.

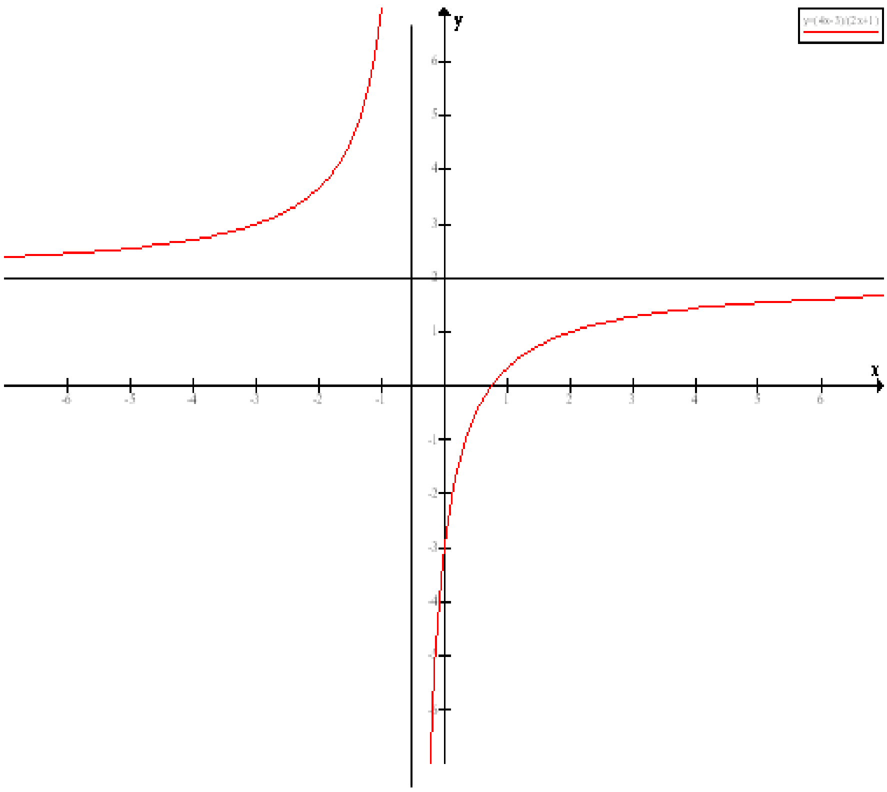
$$\frac{ax+b}{cx+d} = \frac{\frac{a}{c(cx+d)}+b-\frac{ad}{c}}{cx+d} = \frac{a}{c} + \frac{bc-ad}{c(cx+d)} = \frac{a}{c} + \frac{bc-ad}{c^2} \cdot \frac{1}{x-\left(-\frac{d}{c}\right)},$$ где $x_0 = -\frac{d}{c}$, $y_0 = \frac{a}{c}$. Прямые $x=x_0$ и $y=y_0$ – «мнимые оси».

Например, $y = \frac{4x-3}{2x+1}$. Сначала преобразуем функцию в удобный для работы вид: $\frac{4x-3}{2x+1} = 2 - \frac{2,5}{x—(-0,5)}$.

x=-0,5, y=2 – «мнимые оси». Далее строим «крест» из прямых x=-0,5 и y=2, а потом гиперболу, расположенную во II и IV квадрантах (т.к. k<0).

Для точности построения возьмём несколько контрольных точек.

x	0	0,5	1	2	3
y	-3	-0,5	$\frac{1}{3}$	1	$\frac{9}{7}$

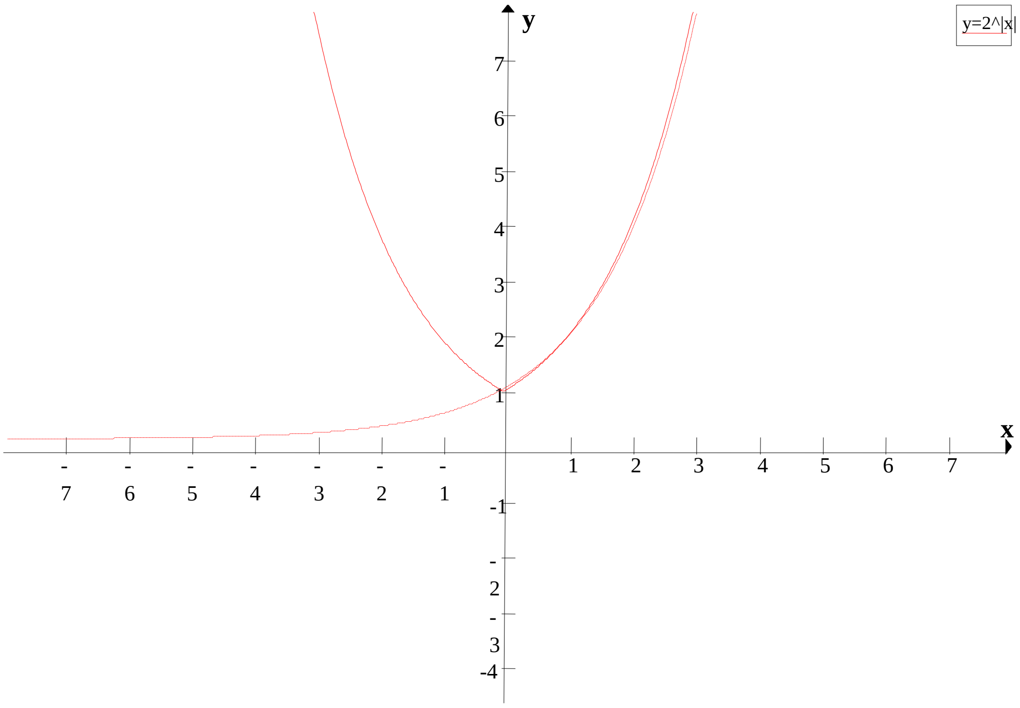


Часто в заданиях олимпиадного уровня встречаются функции, заданные формулами, содержащими знак модуля. Решение таких задач в школьном курсе математики, как правило, основывается на определении модуля:

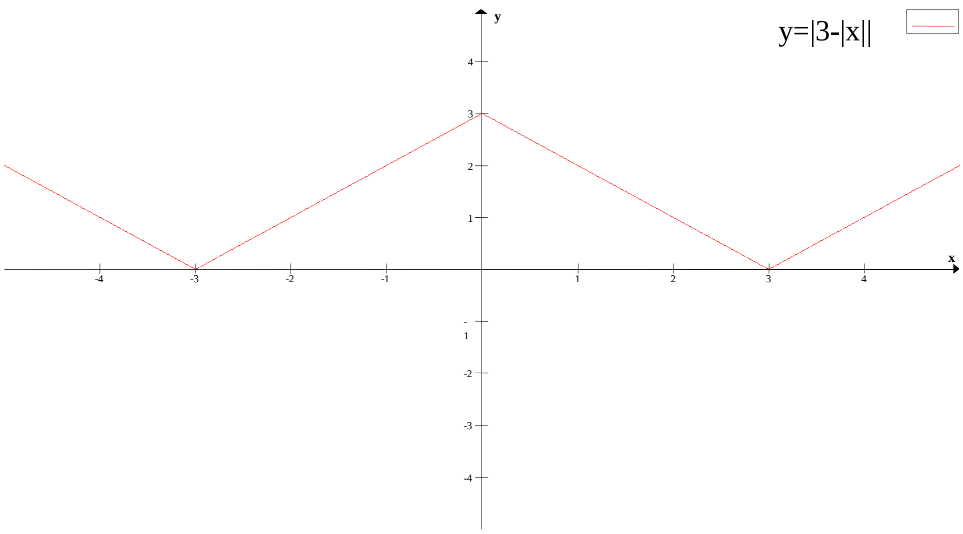
$$|f(x)| = \begin{cases} f(x) \text{ для тех } x, \text{где } f(x) \geq 0, \\ -f(x) \text{ для тех } x, \text{где } f(x) < 0. \end{cases}$$

Построение графиков функций, содержащих знак модуля:

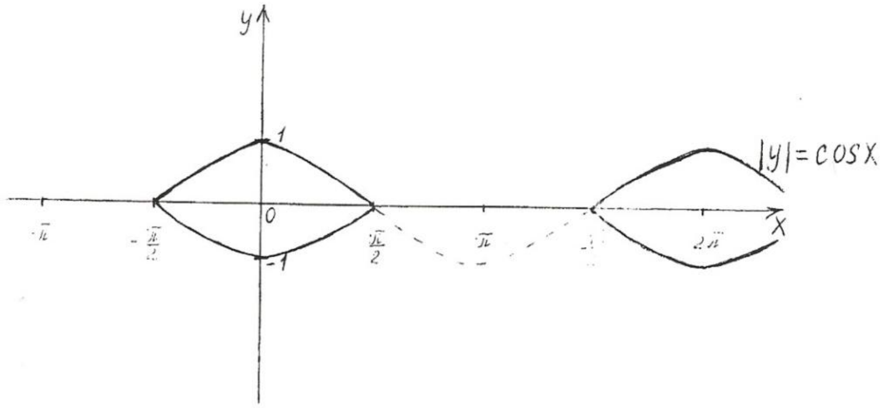
а) так как $f(|-x|) = f(|x|)$, то функция $y = f(|x|)$ чётная и для построения её графика следует удалить точки графика функции $f(x)$, находящиеся слева от оси Oy, а все точки, лежащие на оси Oy и справа от неё, отобразить симметрично относительно оси Oy.



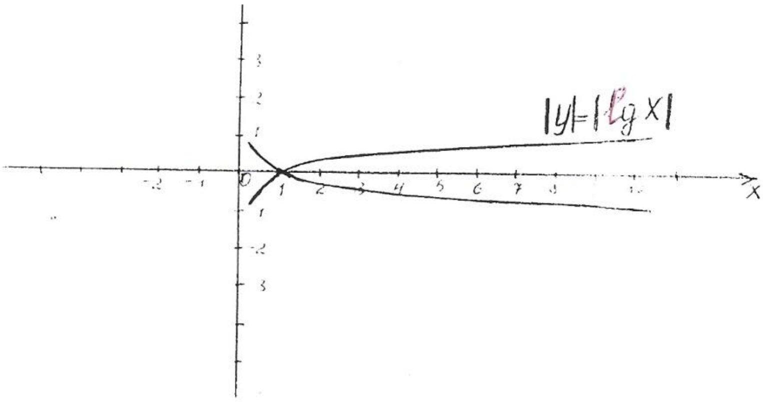
б) при построении графика функции $y = |f(|x|)|$ следует построить график функции $y = f(x)$ для $x \geq 0$, отобразить построенную часть симметрично относительно оси ординат и участки полученного графика, лежащие ниже оси абсцисс, зеркально отобразить относительно этой оси.



в) при построении графика «функции» $|y| = f(x)$ при $f(x) \geq 0$ сначала следует установить, для каких x выполняется условие $f(x) \geq 0$, далее на найденных промежутках значений x построить график функции $y = f(x)$ и осуществить зеркальное отображение графика относительно оси Ox (слово функция взято в кавычки так как y в данном случае нельзя назвать функцией от x: каждому значению аргумента x будут соответствовать два значения «функции»: + $f(x)$ и - $f(x)$)

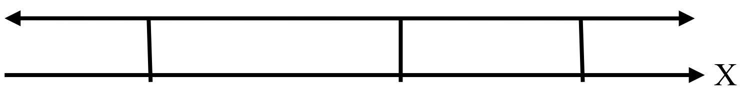


а) при построении графиков «функций» $|y| = |f(x)|$ сначала строится график функции $y = |f(x)|$, затем осуществляется его зеркальное отображение относительно оси Ox



б) при построении графиков функций вида $y = |x - x_1| + |x - x_2| + \cdots + |x - x_n|$ удобнее пользоваться промежутками знакопостоянства подмодульных выражений, а не определением модуля (если пользоваться определением модуля для построения графика функции $y = |x - 1| + |x + 2| + |2x - 5|$, пришлось бы рассматривать 6 случаев).

x-1=0	x+2=0	2x-5=0
x=1	x=-2	x=2,5



-2 1 2,5

x<-2 -2≤x≤1 1<x<2,5 x≥2,5

1. x<2

y=-(x-1)-(x+2)-(2x-5)=-x+1-x-2-2x+5=-4x+4

<u>y=-4x+4</u>

2. -2≤x≤1

y=-(x-1)+(x+2)-(2x-5)=-x+1+x+2-2x+5=-2x+8

<u>y=-2x+8</u>

3. 1<x<2,5

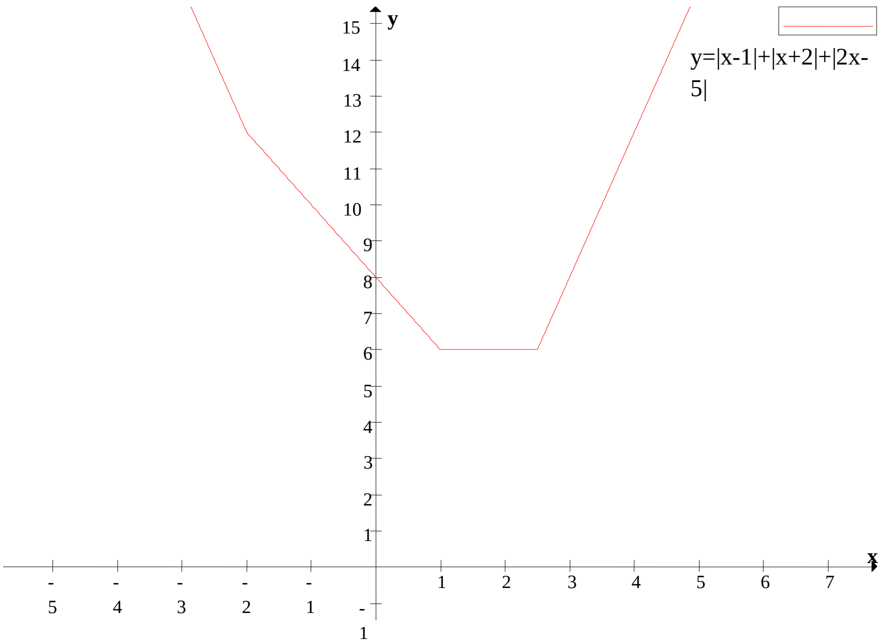
y=(x-1)+(x+2)-(2x-5)=x-1+x+2-2x+5=6

<u>y=6</u>

4. x≥2,5

y=(x-1)+(x+2)+(2x-5)=x-1+x+2+2x-5=4x-4

<u>y=4x-4</u>



При прохождении программного материала по математике, мы чаще всего встречаемся с функциями, заданными формулами. Формула строится путём последовательного выполнения различных известных операций над аргументом и постоянными числами. Чтобы не путаться в формулировках заданий и выполнять, не отклоняясь, то, что требует задание, я для себя жёстко закрепила следующие пары:

формулу – исследую,

график – читаю.

Это легло в основу названия моей работы «Исследование формулы функции для построения её графика».

На мой взгляд, самые важные отличительные черты математики – идеи, мысли, поиск. Надо избегать различных отвлечений от этого при решении математических задач.

Построение графика функции y=f(ν(x))

При решении олимпиадных задач различного уровня часто приходится работать с функциями, аргументами которых, в свою очередь, также являются функции, т.е. функции вида $y = f(\nu(x))$. В математике такие функции называют сложными.

Построение графиков сложных функций в школьном курсе математики, как правило, производится с помощью производной. Меня же очень заинтересовала статья С.В. Дворянинова (г. Самара) и Н.Х. Розова (г. Москва) «Некоторые замечания об изучении функций в школе» в журнале «Математика в школе». Графики функций вида $y = f(\nu(x))$ удобно строить по следующей схеме.

1. Построить графики внутренней $\nu=\nu(x)$ и внешней $y=f(\nu)$ функций.
2. Определить промежутки монотонности внутренней функции $\nu=\nu(x)$ и отметить их на оси Ox плоскости xOy.
3. На каждом промежутке определить границы изменения $\nu=\nu(x)$ и выбрать те значения $\nu(x)$, которые попадают в область определения функции $y=f(\nu)$.
4. По графику внешней функции $y=f(\nu)$ найти характер изменения функции y.
5. В системе координат xOy начертить график $y=y(x)$.

О характере изменения функции будем судить с позиции, если внутренняя функция $\nu(x)$ и внешняя функция $f(\nu)$ монотонны, то сложная функция $y = f(\nu(x))$ также монотонна. Это суждение нетрудно доказать.

Пусть, например, $\nu(x)$ и $f(\nu)$ убывают. Тогда при $x_1<x_2$ $\nu_1=f(x_1)>\nu_2=f(x_2)$. Неравенство $\nu_1>\nu_2$ влечёт за собой неравенство $f(\nu_1)<f(\nu_2)$, т.е. $f(\nu(x_1))<f(\nu(x_2))$. Итак, большему значению аргумента ($x_1<x_2$) соответствует большее значение сложной функции. Следовательно, по определению, она является возрастающей.

Для краткости объяснений будем пользоваться следующими обозначениями. Запись $x\ [a \uparrow b)$ означает, что x возрастает от a, включая a, до b. Запись $x(a \downarrow b)$ означает, что x убывает от a до b, не включая a и b.

Тогда доказанное выше суждение запишется так:

$f \downarrow, \nu \downarrow \Rightarrow f(\nu(x)) \uparrow$.

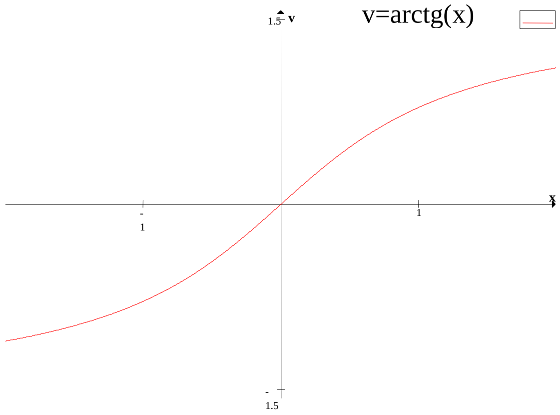
Аналогичным образом можно доказать ещё 3 подобных суждения, которые в совокупности с вышеуказанным составят следующую справочную таблицу:

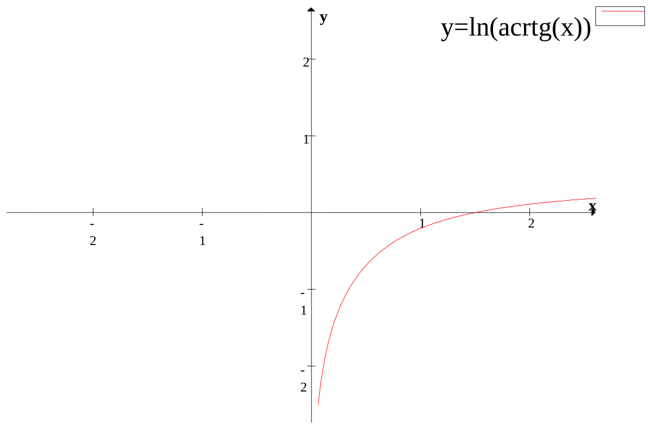
1) $f \uparrow, \nu \uparrow \Rightarrow f(\nu(x)) \uparrow$
2) $f \uparrow, \nu \downarrow \Rightarrow f(\nu(x)) \downarrow$
3) $f \downarrow, \nu \uparrow \Rightarrow f(\nu(x)) \downarrow$
4) $f \downarrow, \nu \downarrow \Rightarrow f(\nu(x)) \uparrow$

Приведу примеры.

Построить графики функций:

1) y=ln(arctg x)

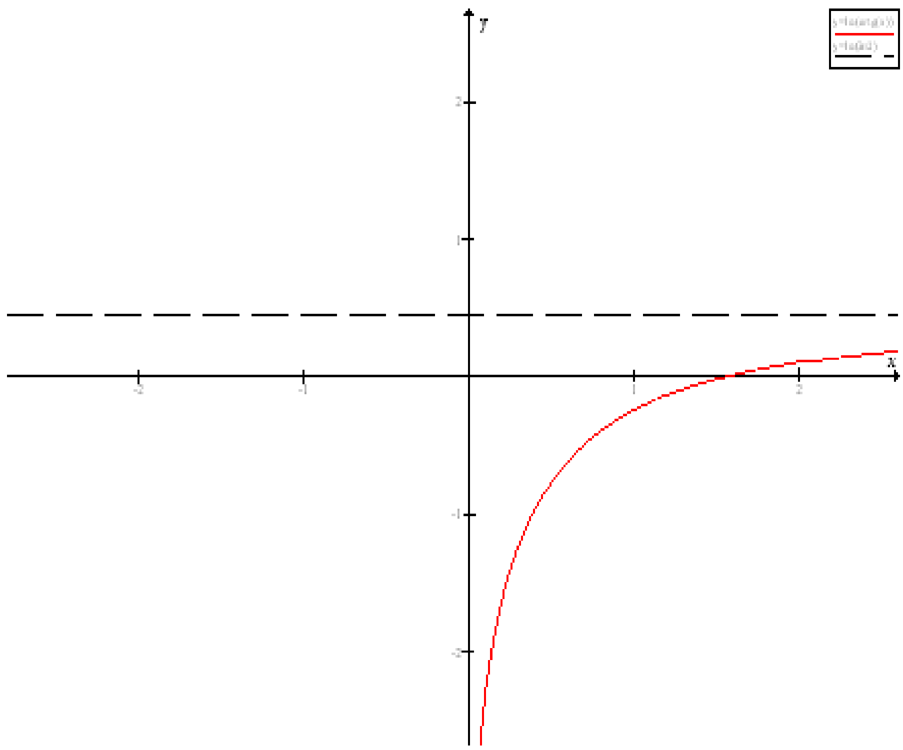




v>0 при x (0; ∞)

x (0 ↑ ∞) ⇒ v (0 ↑ $\frac{\pi}{2}$)⇒ y(-∞ ↑ ln $\frac{\pi}{2}$)

$$\begin{cases} x\ (0; \infty), \\ y\ (-\infty; \ln\frac{\pi}{2}) \end{cases}$$



Для справки:

ln $\frac{\pi}{2}$ ≈ 0,45,

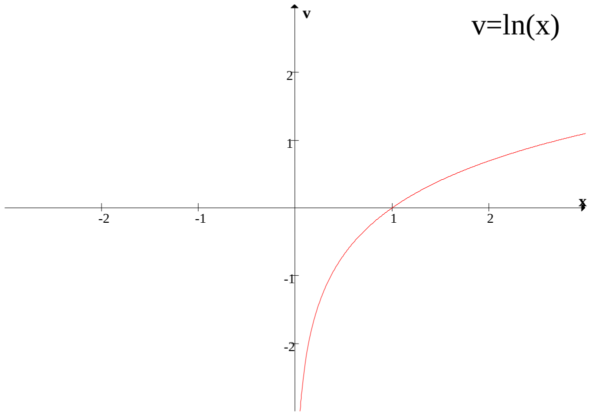
ln (arctg 1)≈-0,2

ln (arctg 1,557)=0

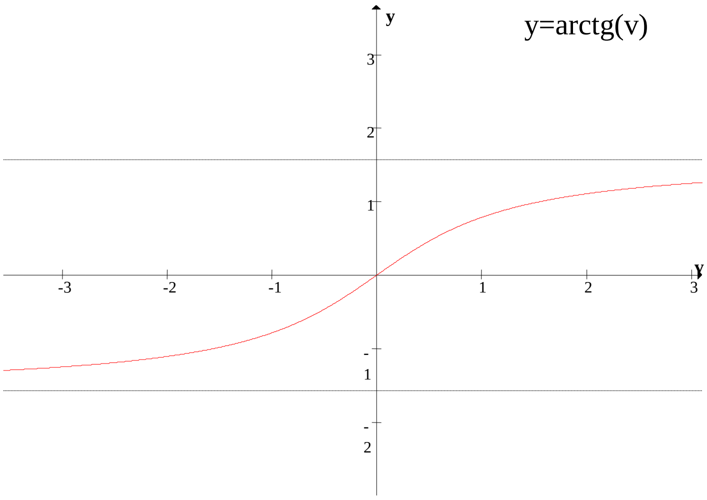
v ↑, ln v ↑ ⇒ ln (arctg x) ↑ (подтверждение правила 1)

2) <u>y=arctg(ln x)</u>

v=ln x, (x>0);

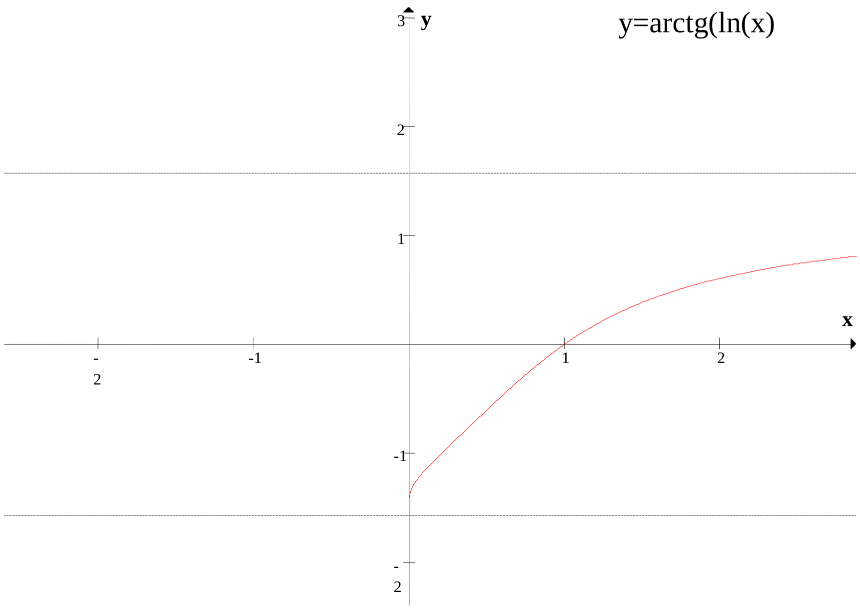


y=arctg v



x (0 ↑ ∞) ⇒ v (-∞ ↑ ∞) ⇒ y ($-\frac{\pi}{2} \uparrow \frac{\pi}{2}$).

$$\begin{cases} x > 0, \\ y \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right) \end{cases}$$

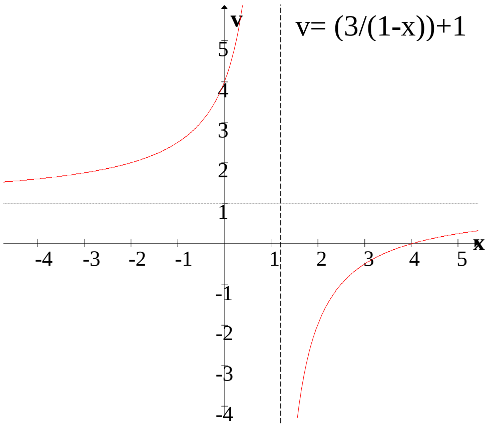


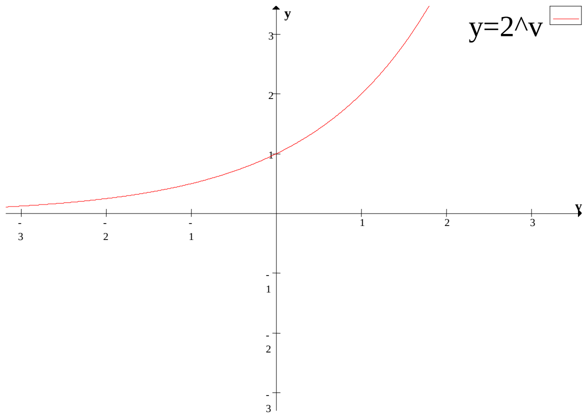
v↑, y↑ ⇒ arctg(ln x) ↑ (1)

Выше уже был построен график функции $y = \frac{3}{1-x} + 1$.

Используя его и рассмотренный только что метод построения графиков сложных функций, легко построить, например, график функции $y = 2^{\frac{3}{1-x}+1}$.

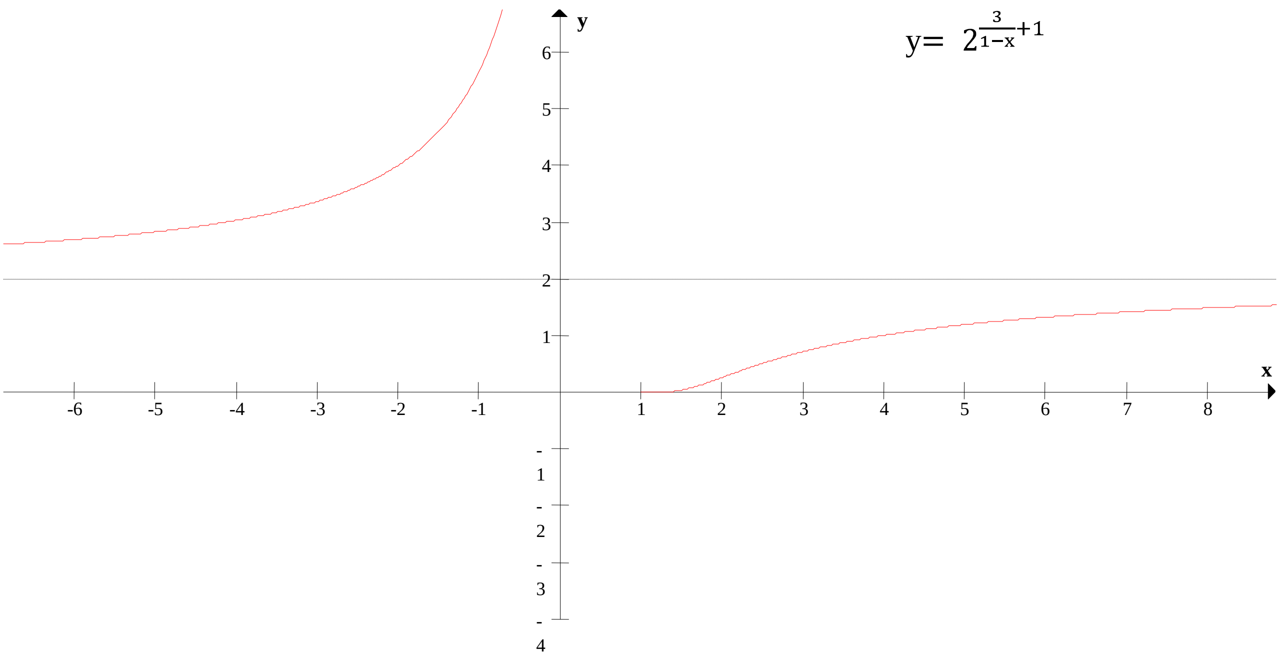
$$v = \frac{3}{1-x} + 1$$





$y=2^v$

x (-∞ ↑ 1) ⇒ v (1 ↑ ∞) ⇒ y (2 ↑ ∞)
x (1 ↑ ∞) ⇒ v (-∞ ↑ 1) ⇒ y (0 ↑ 2)



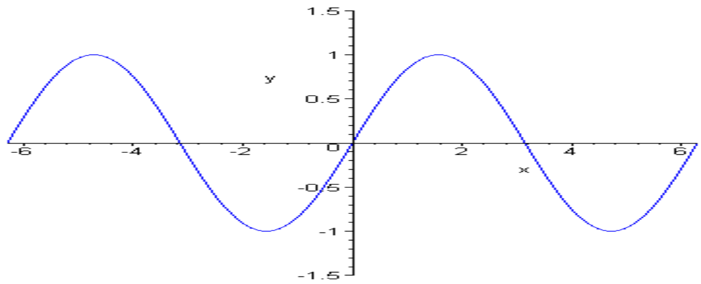
Построить график функции $y = 2^{\sin x}$**.**

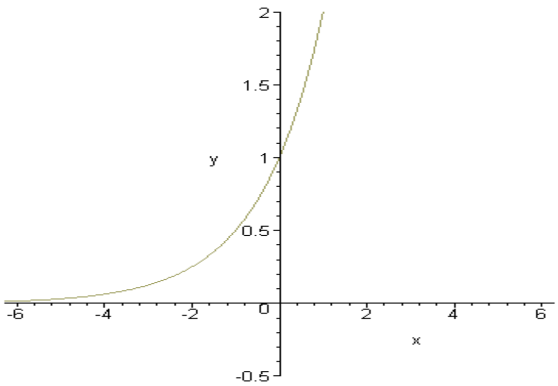
Данная функция является композицией двух функции v = sinx и y = 2^v

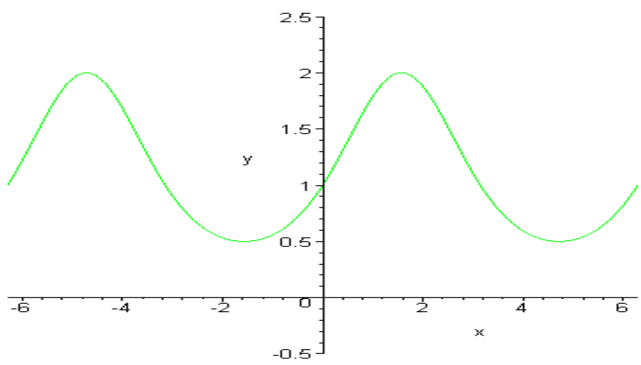
Область определения функции $y = 2^{\sin x}$ - множество всех действительных чисел. Поскольку функция v = sinx периодическая с главным периодом 2π, то функция $y = 2^{\sin x}$ также периодическая с главным периодом 2π. На промежутке $[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$ функция v = sinx возрастает от -1 до 1, значит, функция y = 2^v возрастает на этом промежутке от $\frac{1}{2}$ до 2.

На промежутке $[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}]$ функция v = sinx убывает от 1 до -1, функция y = 2^v убывает на этом промежутке от 2 до $\frac{1}{2}$.

Перечисленные свойства позволяют построить схематический график $y = 2^{\sin x}$ на отрезке $[-\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}]$, затем продолжить его периодически.







Метод построения графика функции y = f(x) + g(x)

Для построения графика функции y = f(x)+g(x), если известны графики функции y = f(x) и y = g(x), надо произвести алгебраическое сложение соответствующих ординат функций. Применение такого способа целесообразно, например, когда слагаемые являются основными элементарными функциями разных типов.

Пример. Построить график функции y = x + sinx.

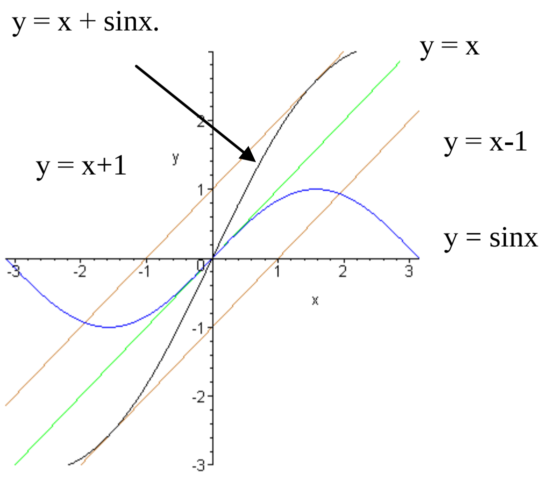
Строим графики функции y = x и y = sinx и получаем график заданной функции путем сложения соответствующих ординат.

При построении надо:

1) $|\sin x| \leq 1$, а потому имеет смысл провести прямые y = x+1 и y = x-1, параллельные прямой y = x, между этими двумя прямыми располагается график функции y = x + sinx.

2) В тех точках, где sinx = 0 y = x (соответствующе точки графика заданной функции лежат на прямой y = x).

В тех точках, где sinx = -1 y = x-1 (соответствующе точки графика заданной функции лежат на прямой y = x).



Метод построения функции y = f(x)·g(x)

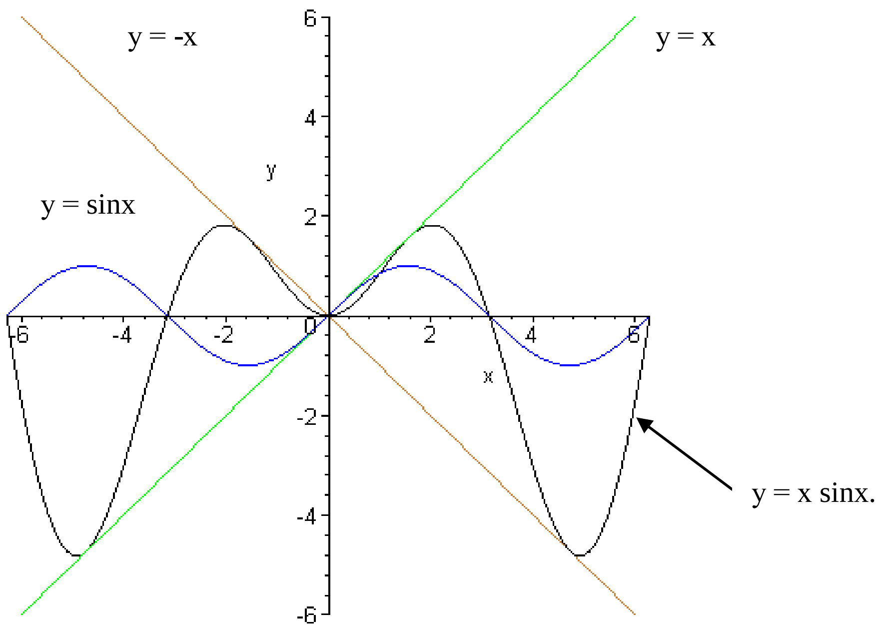
Для построения графика функции y = f(x) g(x), если известны графики функции y = f(x) и y = g(x), надо перемножить соответствующие ординаты функций. Применение такого способа целесообразно, например, когда множителями являются основными элементарными функциями разных типов.

Пример. Построить график функции y = x sinx.

Строим графики функции y = x и y = sinx и получаем график заданной функции путем умножения соответствующих ординат.

Построение производим при $x \geq 0$, а затем отражаем полученный график относительно оси ординат, так как y = x sinx является четной функции. При этом учитываем, что в точках с координатами $x = k\pi$, sinx = 0 произведение x sinx=0. Наибольшее значение функции y = sinx равно 1 при $x = \frac{\pi}{2} + 2n\pi, n \in Z$. В этих точках соответствующе точки графика заданной функции лежат на прямой y = x. Наименьшее значение функции y = sinx равно -1 при $x = -\frac{\pi}{2} + 2n\pi, n \in Z$. В этих точках соответствующе точки графика заданной функции лежат на прямой y = -x.

Значит, график колеблется между прямыми y = x и y = - x.

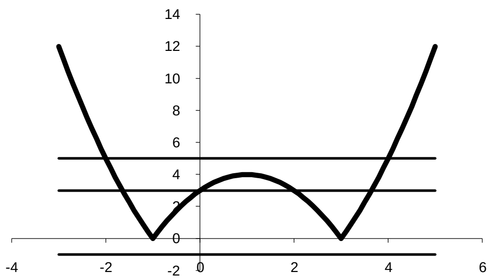


Решение задач с параметром графическим способом

Задача 1. Для каждого значения параметра а найти количество решений уравнения $\left|x^2-2x-3\right|=a$**.**

Решение. Построим графики функций $y=\left|x^2-2x-3\right|$ и $y=a$.

Из рисунка видно, что при $a<0$- решений нет, при $a=0$ - 2 решения, при $0<a<4$- 4 решения, при $a=4$- 3 решения, при $a>4$- 2 решения.



Ответ: при $a<0$- решений нет,

при $a=0$ - 2 решения,

при $0<a<4$- 4 решения,

при $a=4$- 3 решения,

при $a>4$- 2 решения.

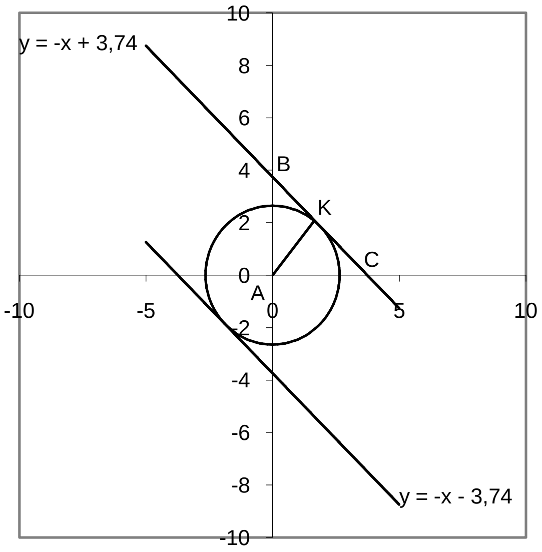
Задача 2. Выяснить, при каких значениях параметра a **система уравнений**

$$\begin{cases} x^2+y^2=2(1+a) \\ (x+y)^2=14 \end{cases}$$ **имеет два решения?**

Решение. Перепишем систему уравнений в виде:

$$\begin{cases} x^2+y^2=2(1+a) \\ (x+y-\sqrt{14})(x+y+\sqrt{14})=0 \end{cases}$$

Первое уравнение задает окружность (с центром (0,0) и радиусом $r=\sqrt{2(1+a)}$). Второе - объединение двух прямых: $y=-x+\sqrt{14}$, $y=-x-\sqrt{14}$. Построим графики прямых и окружности.



Система будет иметь 2 решения, если окружность касается двух прямых. Найдем параметр a. В ΔABC гипотенуза $BC=\sqrt{(\sqrt{14})^2+(\sqrt{14})^2}=2\sqrt{7}$,

$\sin B=\dfrac{AC}{BC}=\dfrac{\sqrt{14}}{2\sqrt{7}}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$. В ΔABK $\sin B=\dfrac{R}{AB}=\dfrac{R}{\sqrt{14}}$, тогда $\dfrac{1}{\sqrt{2}}=\dfrac{R}{\sqrt{14}}$, $R=\sqrt{7}$.

Окончательно находим: $R^2=2(1+a), \quad 7=2(1+a), \quad a=\dfrac{5}{2}$. *Ответ:* $a=\dfrac{5}{2}$.

Заключение

В работе использованы свойства элементарных функций для исследования формулы функции и построения графиков сложных функций, комбинаций функций без применения производной.

Построение графиков является эффективным средством для решения алгебраических задач, в том числе и задач с параметрами. Поэтому научиться строить графики функции просто необходимо.

Я убедилась, что графики сложных функций можно строить путём исследования внутренних и внешних функций, преобразованиями элементарных функций.

При выполнении этой работы:

- повторила и углубила знания свойств функций и методов построения графиков функций;

- приобрела опыт построения графиков таких функций, как: $y=f(v(x))$, $y = f(x)+g(x)$, $y = f(x)\ g(x)$;

- научилась работать с дополнительной литературой и материалами, производить отбор научных сведений; приобрела опыт выполнения графических работ на компьютере.

Умение проводить такие преобразования (построения) графиков функций позволяют:

–строть графики сложных функций, опираясь на графики элементарных функций;

–развивать исследовательские навыки при выполнении заданий связанных с изучением свойств сложных функций

–применять графики функций для исследования и решения уравнений, систем уравнений, решение задач профильного уровня ЕГЭ по математике.

При построении графиков функций я использовала программу для построения графиков функций.

Литература

1. Алгебра начала математического анализа. 10, 11 классы: учебн. для общеобразоват. организаций: базовый и углубл. уровни /Ю.М. Колягин, М.В. Ткачева и др./ - М.: Просвещение, 2014
2. Беликов С.Н. Построение графиков тригонометрических функций, содержащих модуль / Математика в школе №1-1997
3. Галицкий М.Л., Мошкович М.М., Шварцбурд С.И. Углубленное изучение курса алгебры и математического анализа (методические рекомендации и дидактические материалы). М., 1986
4. Гилев В.Г. Исследование алгебраических функций без использования производной. (Серия: "Математика: элективный курс".) – ИЛЕКСА, 2012
5. Денищева Л.О., Бойченко Е.М., Глазков Ю.А. и др. Готовимся к единому государственному экзамену. Математика.- М.:Дрофа, 2004
6. Егерев В.К., Радунский Б.А., Тальский Д.А.. Методика построения графиков функций.- М.: «Высшая школа», 1970 .
7. Коржуев А.В., Арестова Л.Д. Построение графиков некоторых функций / Математика в школе №3 – 1995
8. Моденов В.П.. Задачи с параметрами. Координатно-параметрический метод: учебное пособие. – М.: Издательство «Экзамен», 2006.
9. Саакян С.М., Гольдман А.М., Денисов Д.В. Задачи по алгебре и началам анализа для 10-11 классов (библиотека учителя математики). М., 1990
10. http:/ кkvant.mccme.ru
11. Программа для построения графиков функций -graph